

Prise en compte de la variabilité spectrale due à la géométrie lors du démelange d'images hyperspectrales

L. Drumetz¹, W. Yin², M-A. Veganzones³, J. Chanussot⁴, C. Jutten¹

Gipsa-lab, DIS,¹ Université Grenoble Alpes, ³ CNRS, ⁴ Grenoble-INP
² University of California, Los Angeles, Mathematics department



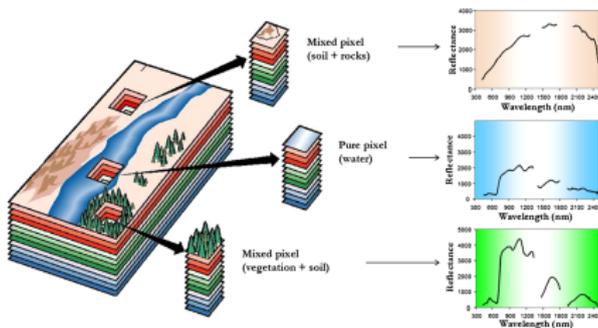
Outline

- 1 Problème
 - Démélange Hyperspectral
 - Variabilité Spectrale
 - Modèle de mélange linéaire étendu
 - Définition d'une fonction objectif
- 2 Optimisation
 - Remarques préalables
 - Optimisation de \mathbf{S}
 - Optimisation de \mathbf{A}
 - Optimisation de Ψ
- 3 Résultats
 - Données
 - Abondances et facteurs d'échelle
 - Endmember extraits
- 4 Conclusion

Outline

- 1 Problème
 - Démélange Hyperspectral
 - Variabilité Spectrale
 - Modèle de mélange linéaire étendu
 - Définition d'une fonction objectif
- 2 Optimisation
 - Remarques préalables
 - Optimisation de S
 - Optimisation de A
 - Optimisation de Ψ
- 3 Résultats
 - Données
 - Abondances et facteurs d'échelle
 - Endmember extraits
- 4 Conclusion

Images Hyperspectrales



Principe de l'imagerie hyperspectrale ¹.

- Chaque pixel est un spectre complet en reflectance: mesures de reflectance pour de nombreuses plages de longueur d'onde contiguës et étroites (visible et proche-IR).
- On peut aussi voir une image hyperspectrale comme une collection d'images de reflectance en niveau de gris, pour chaque longueur d'onde.
- Cela permet l'identification des matériaux présents dans la scène, mais avec une résolution spatiale limitée, il y a des pixels mélangés.

¹J.M. Bioucas-Dias, A Plaza, N. Dobigeon, M. Parente, Qian Du, P. Gader, and J. Chanussot. Hyperspectral unmixing overview: Geometrical, statistical, and sparse regression-based approaches. *Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing, IEEE Journal of*, 5(2):354–379, April 2012

Démélange spectral

Démélange

Le but de ce problème est d'identifier les *matériaux* (appelés *endmembers*) présents dans l'image et d'estimer leurs *proportions relatives* (appelées *abondances*) dans chaque pixel.

On suppose souvent un modèle de mélange linéaire (MML): ²:

$$\mathbf{x}_i = \sum_{p=1}^P a_{ip} \mathbf{s}_p + \mathbf{n}_i$$

avec les contraintes de nonnégativité (CNA) $a_{ip} \geq 0$ (et éventuellement de somme à un (CSA) $\sum_{i=1}^m a_{ip} = 1, \forall j$) sur les abondances.

Ce qui peut être réécrit pour toute l'image comme:

$$\mathbf{X} = \mathbf{S}\mathbf{A} + \mathbf{N}$$

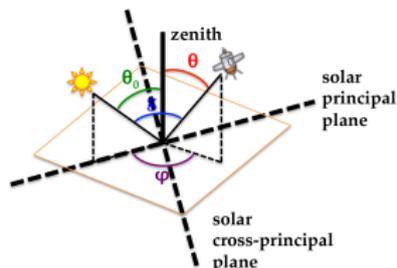
avec $\mathbf{X}, \mathbf{N} \in \mathbb{R}^{L \times N}$, $\mathbf{S} \in \mathbb{R}^{L \times P}$ et $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{P \times N}$. L est le nombre de bandes, N est le nombre de pixels, et P est le nombre de matériaux considéré.

²J.M. Bioucas-Dias, A Plaza, N. Dobigeon, M. Parente, Qian Du, P. Gader, and J. Chanussot. Hyperspectral unmixing overview: Geometrical, statistical, and sparse regression-based approaches. *Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing, IEEE Journal of*, 5(2):354–379, April 2012

Variabilité spectrale

On suppose généralement qu'un matériau est parfaitement représenté par une unique "signature" spectrale. En réalité, il y a toujours une certaine variabilité intra-classe, due à :

- une variation des conditions d'illuminations et de la topographie
- la variabilité intrinsèque des matériaux, ex: concentration en chlorophylle dans la végétation verte
- des effets atmosphériques

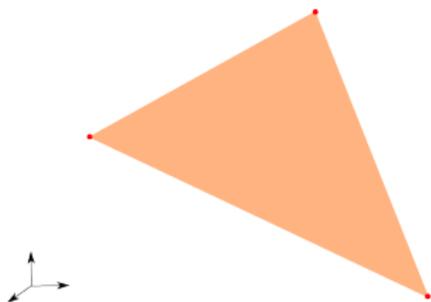


L'illumination varie avec la topographie de la scène ³.

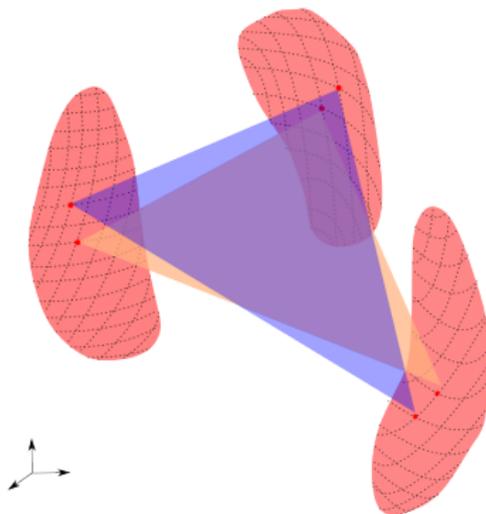
³Xavier Ceamanos Garcia. *Evaluation des performances de l'analyse statistique et physique d'images hyperspectrales de Mars. Application au capteur multi-angulaire CRISM (In English)*. PhD thesis, Université de Grenoble, December 2011

Modèle de mélange linéaire et variabilité spectrale

On considère habituellement une seule instance de chaque endmember (extraite des données avec des algorithmes dédiés). Mais la variabilité spectrale suggère d'en utiliser plusieurs.



Interprétation géométrique du MML (dans le cas de 3 matériaux)



Interprétation géométrique avec un modèle de variabilité des endmembers

Modèle de mélange linéaire étendu ⁴

On ne remet pas en question le MML, mais on voudrait autoriser les sources à varier localement dans l'image:

Modèle de Mélange Linéaire Étendu (MMLE) :

$$\mathbf{x}_i = \sum_{p=1}^P a_{ip} f_{ip}(\mathbf{s}_{0p}) + \mathbf{n}_i$$

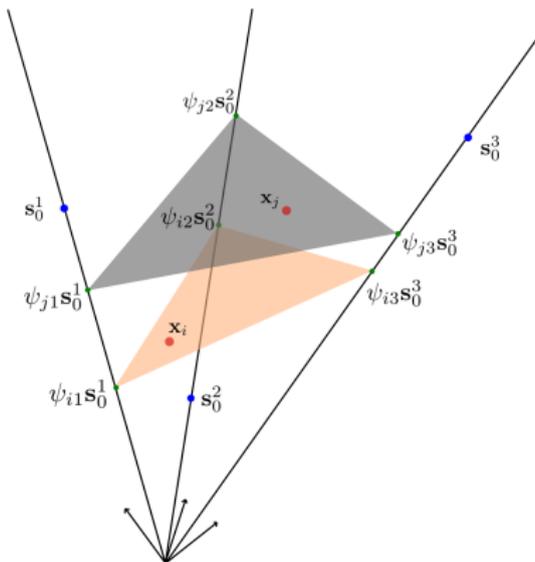
avec des fonctions $f_{ip} : \mathbb{R}^L \rightarrow \mathbb{R}^L$. Si l'on suppose $f_{ip}(\mathbf{s}_{0p}) = \psi_{ip}\mathbf{s}_{0p}$:

$$\mathbf{x}_i = \sum_{p=1}^P a_{ip}\psi_{ip}\mathbf{s}_{0p} + \mathbf{n}_i = \mathbf{S}_0\psi_i\mathbf{a}_i + \mathbf{n}_i$$

avec $\psi_i \in \mathbb{R}^{P \times P}$ une matrice diagonale avec les ψ_{ip} sur la diagonale. \mathbf{S}_0 est une matrice d'endmembers de référence (extraite des données par un algorithme dédié).

⁴M.A. Veganzones, L. Drumetz, R. Marrero, G. Tochon, M. Dalla Mura, A. Plaza, J.M. Bioucas-Dias, and J. Chanussot. A new extended linear mixing model to address spectral variability. In *Proc. IEEE Workshop on Hyperspectral Image and Signal Processing: Evolution in Remote Sensing (WHISPERS)*, 2014

Interprétation géométrique



Interprétation géométrique du MMLE.

Ce modèle est une bonne approximation des effets des changements des angles d'acquisition sur les spectres (le modèle peut être retrouvé à partir de modèles plus physiques)

Définir un problème d'optimisation

On peut réarranger les facteurs d'échelle $\mathbb{R}^{P \times N}$ dans une matrice Ψ .
Le MMLE peut être réécrit pour toute l'image:

$$\mathbf{X} = \mathbf{S}_0(\mathbf{A} \circ \Psi) + \mathbf{E} \quad (1)$$

Même avec la CSA, il reste une ambiguïté entre \mathbf{A} et Ψ .

Pour s'en débarrasser: il faut découpler l'optimisation de \mathbf{A} et Ψ en introduisant des variables intermédiaires $\mathbf{S} = \{\mathbf{S}_i\}$ (une collection de matrices de sources pour chaque pixel). L'objectif est donc:

$$\frac{1}{2} \sum_{i=1}^N (\|\mathbf{x}_i - \mathbf{S}_i \mathbf{a}_i\|_2^2 + \lambda_S \|\mathbf{S}_i - \mathbf{S}_0 \psi_i\|_F^2) \quad (2)$$

plutôt que:

$$\frac{1}{2} \|\mathbf{X} - \mathbf{A} \circ \Psi\|_F^2 \quad (3)$$

Objective function

On définit donc un critère (energie à minimiser) pour estimer les paramètres du MMLE:

$$\mathcal{J}(\mathbf{A}, \mathbf{S}, \Psi) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N (\|\mathbf{x}_i - \mathbf{S}_i \mathbf{a}_i\|_2^2 + \lambda_S \|\mathbf{S}_i - \mathbf{S}_0 \psi_i\|_F^2) + \mathcal{I}_{\text{simplex}}(\mathbf{A}) + \mathcal{I}_{\mathbb{R}_+}(\mathbf{S}) \\ \lambda_A \mathcal{R}(\mathbf{A}) + \lambda_\Psi \mathcal{R}(\Psi). \quad (4)$$

$$\mathcal{R}(\mathbf{A}) = TV_{\text{spatial}}(\mathbf{A}) = \sum_{p=1}^P \sum_{i=1}^N \sqrt{\mathcal{H}_h(\mathbf{A}_p)_i^2 + \mathcal{H}_v(\mathbf{A}_p)_i^2} = \|\mathcal{H}(\mathbf{A})\|_{2,1,1} \quad (5)$$

$$\mathcal{R}(\Psi) = \sum_{p=1}^P \|\mathcal{H}_h(\Psi)_p\|_F^2 + \|\mathcal{H}_v(\Psi)_p\|_F^2 \quad (6)$$

\mathcal{H}_h et $\mathcal{H}_v : \mathbb{R}^N \rightarrow \mathbb{R}^N$ sont des opérateurs de gradients horizontal et vertical dans le domaine spatial ($\mathcal{H} : \mathbb{R}^{P \times N} \rightarrow \mathbb{R}^{P \times N \times 2}$ est l'opérateur global)

Outline

- 1 Problème
 - Démélange Hyperspectral
 - Variabilité Spectrale
 - Modèle de mélange linéaire étendu
 - Définition d'une fonction objectif
- 2 **Optimisation**
 - Remarques préalables
 - Optimisation de **S**
 - Optimisation de **A**
 - Optimisation de **Ψ**
- 3 Résultats
 - Données
 - Abondances et facteurs d'échelle
 - Endmember extraits
- 4 Conclusion

Quelques remarques préalables

- Le problème est complexe: non convexe, mais convexe par rapport à chacune des variables. Il y a deux termes non différentiables pour \mathbf{A} and un pour \mathbf{S} .
- On va chercher un point stationnaire pour l'objectif en faisant une descente par blocs (CD) par rapport aux trois blocs de variables.

Data: \mathbf{X}, \mathbf{S}_0

Result: $\hat{\mathbf{S}}, \hat{\Psi}, \hat{\mathbf{A}}$

Initialize $\mathbf{S}, \Psi, \mathbf{A}$, choose λ_S, λ_Ψ and $\lambda_A \geq 0$;

while *CD termination criterion is not satisfied* **do**

$\mathbf{S} \leftarrow$ one accelerated projected gradient update ;

$\mathbf{A} \leftarrow$ one primal dual update ;

$\Psi \leftarrow \underset{\Psi}{\operatorname{argmin}} \mathcal{J}(\mathbf{A}, \mathbf{S}, \Psi)$;

end

Algorithm 1: CD scheme to find a local minimum of (4).

- Tous les opérateurs de gradient sont calculés efficacement dans le domaine de Fourier (si on suppose que les images ont des bords périodiques, ces opérations sont des convolutions)

Optimisation de \mathbf{S}

$$\mathcal{J}(\mathbf{S}) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \left(\|\mathbf{x}_i - \mathbf{S}_i \mathbf{a}_i\|_2^2 + \lambda_S \|\mathbf{S}_i - \mathbf{S}_0 \boldsymbol{\psi}_i\|_F^2 \right) + \mathcal{I}_{\mathbb{R}_+}(\mathbf{S}) \quad (7)$$

- Le problème est séparable pour chaque pixel: on peut résoudre N sous problèmes en parallèle
- Il y a un terme différentiable et une contrainte de positivité \rightarrow on utilise une **descente de gradient projeté avec accélération de convergence**

Optimisation de \mathbf{A}

$$\mathcal{J}(\mathbf{A}) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \|\mathbf{x}_i - \mathbf{S}_i \mathbf{a}_i\|_2^2 + \mathcal{I}_{\text{simplex}}(\mathbf{A}) + \lambda_{\mathbf{A}} \mathcal{R}(\mathbf{A}) \quad (8)$$

- si $\lambda_{\mathbf{A}} = 0$, on retrouve le problème de démixage usuel, mais avec une matrice de sources différentes pour chaque pixel \rightarrow on peut utiliser un gradient projeté (la projection sur le simplexe unité peut être calculée rapidement⁵), ou bien n'importe quel algorithme de la littérature.
- si $\lambda_{\mathbf{A}} \neq 0$, il y a un terme lisse, une contrainte convexe et un terme non différentiable \rightarrow On utilise un **algorithme primal dual** permettant de séparer les termes non différentiables⁶.

Une itération est donnée par:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}^{i+1} &= \text{proj}_{\text{simplex}}(\mathbf{A}^i - \rho(\nabla g(\mathbf{A}^i) + \mathcal{H}_{\text{spatial}}^*(\mathbf{U}^i))) \\ \mathbf{U}^{i+1} &= \text{proj}_{\|\cdot\|_2 \leq \lambda_{\mathbf{A}}}(\mathbf{U}^i + \mu \mathcal{H}_{\text{spatial}}(2\mathbf{A}^{i+1} - \mathbf{A}^i)) \end{aligned} \quad (9)$$

⁵ Laurent Condat. Fast projection onto the simplex and the \mathcal{L}_1 ball. *Mathematical Programming*, pages 1–11, 2014

⁶ Laurent Condat. A primal–dual splitting method for convex optimization involving lipschitzian, proximable and linear composite terms. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 158(2):460–479, 2013

Optimisation de Ψ

$$\mathcal{J}(\Psi) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \lambda_S \|\mathbf{S}_i - \mathbf{S}_0 \psi_i\|_F^2 + \lambda_\Psi \mathcal{R}(\Psi). \quad (10)$$

- Le problème est séparable pour chaque matériau puisque ψ_i est diagonale: on peut résoudre P sous-problèmes en parallèle.
- si $\lambda_\Psi = 0$, il y a une solution analytique qui garantit automatiquement $\Psi \geq 0$.
- si $\lambda_\Psi \neq 0$, il y a toujours une solution analytique (plus complexe). Cela revient à résoudre un système linéaire, mais qui requiert l'inversion d'une matrice $N \times N$... Heureusement cette matrice est **circulante**: elle est diagonalisée par la transformée de Fourier \rightarrow solution facile à obtenir dans le domaine de Fourier.

Outline

- 1 **Problème**
 - Démélange Hyperspectral
 - Variabilité Spectrale
 - Modèle de mélange linéaire étendu
 - Définition d'une fonction objectif
- 2 **Optimisation**
 - Remarques préalables
 - Optimisation de \mathbf{S}
 - Optimisation de \mathbf{A}
 - Optimisation de Ψ
- 3 **Résultats**
 - Données
 - Abondances et facteurs d'échelle
 - Endmember extraits
- 4 **Conclusion**

Données

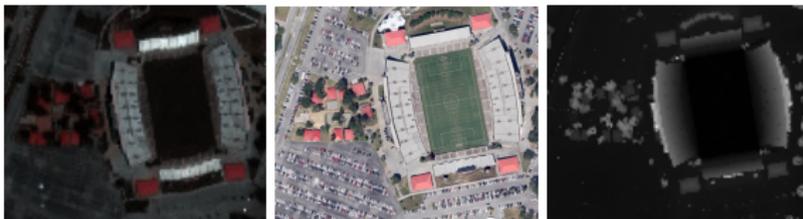
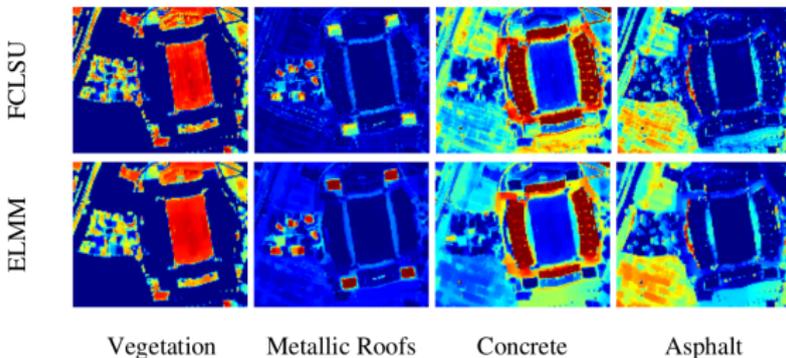


Image RVB, image RVB-haute résolution et données Lidar.

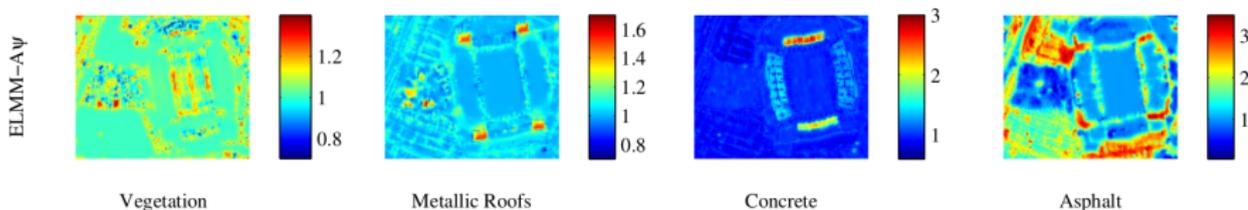
- Image hyperspectrale du campus de l'université de Houston, Texas, en Juin 2012.
- 144 bandes spectrales entre 380 nm et 1050 nm.
- Les données Lidar ont été acquises un jour plus tard avec la même résolution spatiale (2.5m).
- On travaille sur une image $152 \times 108 \times 144$ du stade Robertson et de ses environs ⁷.

⁷L. Drumetz, M.A. Veganzones, S. Henrot, R. Phlypo, J. Chanussot, and C. Jutten. Blind hyperspectral unmixing using an extended linear mixing model to address spectral variability. *submitted to IEEE Transactions on Image Processing*, 2015

Abondances et facteurs d'échelle



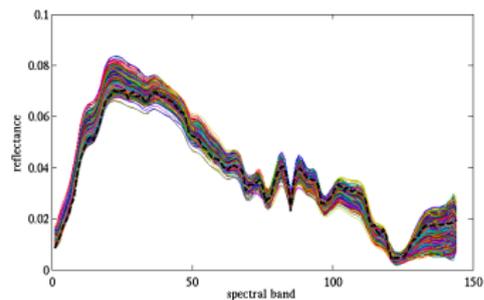
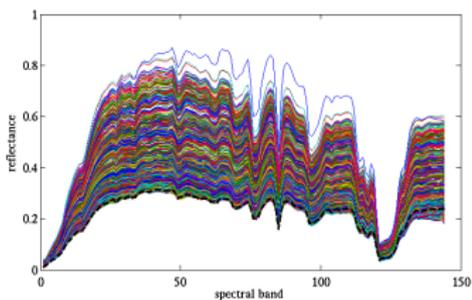
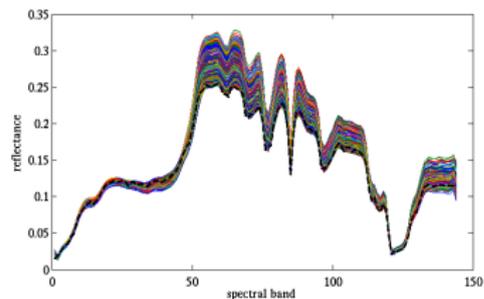
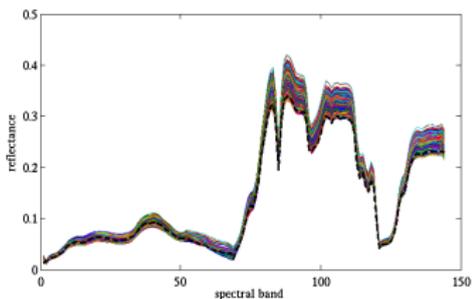
Cartes d'abondances pour le MML, et le MMLE



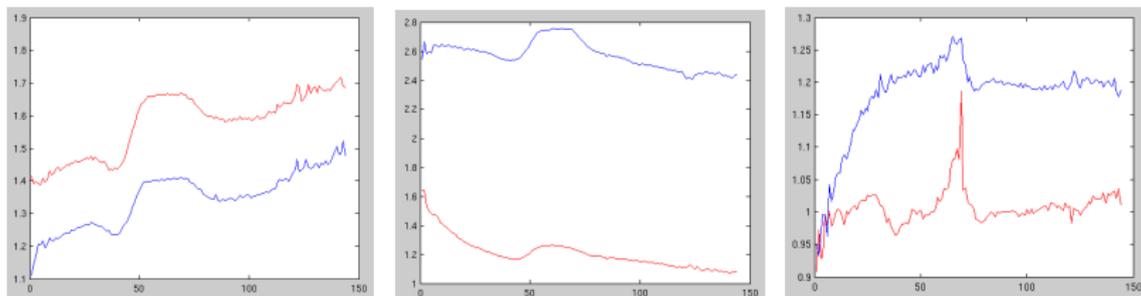
Facteurs d'échelle estimés pour le MMLE.

$$RMSE = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \sqrt{\frac{1}{L} \sum_{l=1}^L (x_{lk_{true}} - \hat{x}_{lk})^2} : \text{FCLSU: } 0.0212, \text{ELMM: } 0.0032$$

Endmembers extraits



Endmembers de référence (noir) et extraits (couleur). A partir d'en haut à gauche et en tournant dans le sens horaire: (vegetation, toits rouges métalliques, asphalte, béton)



$S_i \oslash S_0$ pour deux pixels différents dans trois cas: toits rouges avec orientations différents (gauche), deux tribunes (milieu), et végétation: arbre et gazon (droite)

Les variables S_i contiennent plus d'informations que la simple variabilité due à la géométrie: elles peuvent aussi détecter la variabilité intrinsèque aux matériaux.

Outline

- 1 Problème
 - Démélange Hyperspectral
 - Variabilité Spectrale
 - Modèle de mélange linéaire étendu
 - Définition d'une fonction objectif
- 2 Optimisation
 - Remarques préalables
 - Optimisation de \mathbf{S}
 - Optimisation de \mathbf{A}
 - Optimisation de Ψ
- 3 Résultats
 - Données
 - Abondances et facteurs d'échelle
 - Endmember extraits
- 4 Conclusion

Conclusion

- La variabilité spectrale est source d'erreurs et d'approximations lorsqu'elle n'est pas prise en compte en démélange
- Nous avons proposé un modèle de mélange linéaire étendu pour modéliser les effets dus à la géométrie de la scène, et un algorithme pour en estimer les paramètres
- Les résultats montrent le bien fondé de cette approche