

Etude des Bornes de Cramér-Rao pour la caractérisation des incertitudes associées aux produits de télédétection hyperspectrale des océans

**S. JAY¹, M. GUILLAUME¹, M. CHAMI², A. MINGHELLI³,
Y. DEVILLE⁴, B. LAFRANCE⁵, V. SERFATY⁶**

¹ Institut Fresnel (Marseille, France)

² LATMOS (Nice, France)

³ LSIS (Toulon, France)

⁴ IRAP (Observatoire Midi-Pyrénées, Toulouse, France)

⁵ CS Systèmes d'Information (Toulouse, France)

⁶ DGA (Paris, France)



**5^{ème} Colloque scientifique SFPT-GH
9-11 Mai 2017, Brest**

Introduction

□ La télédétection optique pour les milieux aquatiques

- ✓ Eaux « optiquement » profondes (e.g., océan ouvert, eaux très turbides)
 - Qualité de l'eau (phytoplancton, matière organique dissoute et matière en suspension).
 - Imagerie multispectrale suffisante grâce à l'utilisation de λ bien placées dans le VIS, e.g., *O'Reilly et al. 1998; Lee et al. 2002; Werdell et al., 2013...*
 - Quelques applications: suivi des communautés phytoplanctoniques, étude des réponses au changement climatique...

- ✓ Eaux « optiquement » peu profondes (e.g., eaux côtières & intérieures)
 - Qualité de l'eau + Profondeur + Nature du fond,
 - Imagerie hyperspectrale plus adaptée pour découpler tous les paramètres, i.e., en utilisant plusieurs dizaines de λ dans le VIS (*Hochberg & Atkinson, 2003; Kutser et al, 2003; Hedley et al., 2012; Botha et al., 2013*).
 - Quelques applications: suivi des récifs coralliens, changements saisonaux de bathymétrie...



Introduction

□ Dans les 2 cas, la connaissance des erreurs d'estimation est essentielle pour

- ✓ Caractériser le degré de confiance accordé à ces estimations,
- ✓ Caractériser l'incertitude associée aux algos d'ordre supérieur, e.g., les algos d'estimation de production primaire pour le phytoplancton,
- ✓ Guider le design des futurs capteurs multi- ou hyperspectraux en vue d'une application donnée,
- ✓ etc.

□ En télédétection marine, une méthodologie généralement identique:

- ✓ Utilisation d'un jeu de données réel ou simulé (spectres + mesures de référence),
- ✓ Inversion des spectres de réflectance → paramètres estimés,
- ✓ Comparaison paramètres estimés / mesures de référence → calcul des erreurs.

Introduction

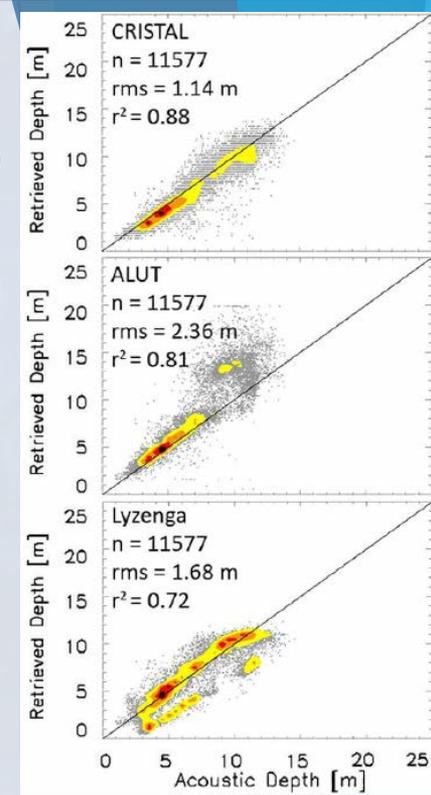
(Dekker et al, 2011)

❑ Problèmes potentiels liés à cette approche:

- ✓ Incertitudes dépendantes de la méthode d'inversion,
- ✓ Incertitudes dépendantes des valeurs des paramètres,
- ✓ Temps de calcul importants,
- ✓ Calcul d'une incertitude globale.

❑ La Borne de Cramer-Rao (BCR), un outil très intéressant...

- ✓ Borne minimale à la variance de n'importe quel estimateur non-biaisé d'un paramètre du modèle,
- ✓ Pas besoin de données à inverser et BCR donnée par des expressions analytiques
 - Connaissance continue des incertitudes,
 - Calcul immédiat pour n'importe quel ensemble de paramètres,
- ✓ Prise en compte seulement des incertitudes liées aux modèles, au bruit environnemental et aux spécifications radiométriques du capteur utilisé.



Plan

□ Développement des BCRs

- ✓ Modèles bio-optique et probabiliste,
- ✓ Calcul des BCRs.

□ Estimation du bruit environnemental

□ Plusieurs applications

- ✓ Evaluation de méthodes d'inversion,
- ✓ Influence d'informations a priori,
- ✓ Comparaison de capteurs.

Modélisation des données de réflectance

□ Le calcul des BCRs nécessite...

- ✓ Un modèle bio-optique de réflectance (*Lee et al., 1998; 1999*)

$$\tilde{r}(\lambda; \Delta) = \underbrace{r_{\infty}(\lambda)(1 - e^{-(k_d(\lambda) + k_u^c(\lambda))H})}_{\text{Contribution de la colonne d'eau}} + \underbrace{(1/\pi)[B\rho_{b,1}(\lambda) + (1 - B)\rho_{b,2}(\lambda)]e^{-(k_d(\lambda) + k_u^b(\lambda))H}}_{\text{Contribution du fond}}$$

$\Delta =$

$$P = a_{PHY}(440)$$

$$G = a_{CDOM}(440)$$

$$X = b_{b,P}(550)$$

H

B

Paramètres à estimer lors de l'inversion
→ Calcul des BCRs associées

Modélisation des données de réflectance

Le calcul des BCRs nécessite...

- ✓ Un modèle bio-optique de réflectance (*Lee et al., 1998; 1999*)
- ✓ Un modèle probabiliste (*Hedley et al, 2012; Garcia et al, 2014; Jay et al, 2017*)

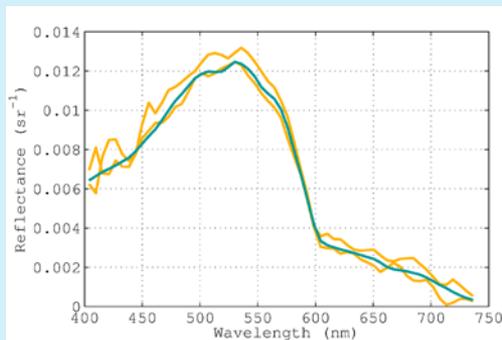
$$\mathbf{r} \sim N(\tilde{\mathbf{r}}(\Delta); \Gamma_s)$$

$$\mathbf{r} = \underbrace{\{(\mathbf{I} - \mathbf{K}_c)\mathbf{r}_\infty + (1/\pi)\mathbf{K}_b[B\rho_{b,1} + (1 - B)\rho_{b,2}]\}}_{\text{Moyenne}} + \underbrace{\mathbf{n}_s}_{\text{Erreur}}$$

Moyenne

Erreur

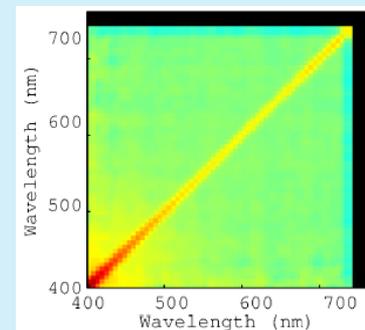
R vraie vs R observées



Zone homogène en eaux profondes



Bruit environnemental Γ_s



Calcul des Bornes de Cramer-Rao

- ▶ Pour \forall estimateur $\hat{\Delta}_i(\mathbf{r})$ non-biaisé de $\Delta_i \in \Delta = [H, P, G, X \text{ et/ou } B]$, on a:

$$E[(\hat{\Delta}_i(\mathbf{r}) - \Delta_i)^2] \geq [\mathbf{CRB}(\Delta)]_{i,i}$$

Si $\Delta = [H, P, G, X, B]$:

$\mathbf{CRB}(\Delta)$ = matrice carrée [5 x 5]

- Cas Gaussien multivarié, i.e., $\mathbf{r} \sim N(\tilde{\mathbf{r}}(\Delta); \Gamma(\Delta))$

$$[\mathbf{CRB}(\Delta)^{-1}]_{i,j} = [\mathbf{I}_F(\Delta)]_{i,j} = \underbrace{\frac{1}{2} \text{tr} \left(\Gamma^{-1} \frac{\partial \Gamma}{\partial \Delta_i} \Gamma^{-1} \frac{\partial \Gamma}{\partial \Delta_j} \right)}_{= 0} + \left(\frac{\partial \tilde{\mathbf{r}}}{\partial \Delta_i} \right)^t \Gamma^{-1} \frac{\partial \tilde{\mathbf{r}}}{\partial \Delta_j}$$

- Dans notre cas, $\Gamma(\Delta) = \Gamma_s$

$$[\mathbf{CRB}(\Delta)^{-1}]_{i,j} = [\mathbf{I}_F(\Delta)]_{i,j} = \left(\frac{\partial \tilde{\mathbf{r}}}{\partial \Delta_i} \right)^t \Gamma_s^{-1} \frac{\partial \tilde{\mathbf{r}}}{\partial \Delta_j}$$

PROCEDURE

- ⇒ Calcul des dérivées du modèle / à ses paramètres,
- ⇒ Estimation de Γ_s ,
- ⇒ Déterminer $\mathbf{I}_F(\Delta)$ grâce à l'Eq. ci-contre,
- ⇒ Déterminer $\mathbf{CRB}(\Delta)$ par inversion numérique !

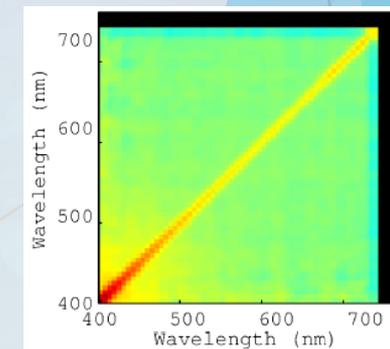
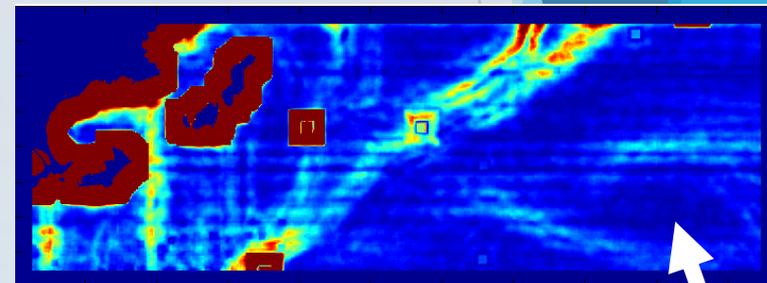
Estimation du bruit environnemental

Estimation de Γ_s sur une image HICO (*Hyperspectral Imager for the Coastal Ocean*) acquise au-dessus de Porquerolles

- ✓ 59 bandes entre 404 et 740 nm
- ✓ Intervalle d'échantillonnage = 5.7 nm,
- ✓ FWHM = 10 nm
- ✓ Résolution spatiale = 90 m

Procédure

- ✓ Corrections ATM, glint & interface eau/air
- ✓ Recherche d'une zone homogène (*Wettle et al, 2004*)
- ✓ Estimation du maximum de vraisemblance de Γ_s



Evaluation de méthodes d'inversion

❑ Méthodes comparées

- ✓ LS (Least-squares) (*Lee et al, 1999*)

$$\hat{\Delta}_{LS}(\mathbf{r}) = \underset{\Delta}{\operatorname{argmin}} (\mathbf{r} - \tilde{\mathbf{r}}(\Delta))^t (\mathbf{r} - \tilde{\mathbf{r}}(\Delta))$$

- ✓ MILE (Maximum Likelihood estimation including Environmental noise) (*Jay et al, 2017*)

$$\hat{\Delta}_{MILE}(\mathbf{r}) = \underset{\Delta}{\operatorname{argmin}} (\mathbf{r} - \tilde{\mathbf{r}}(\Delta))^t \Gamma_s^{-1} (\mathbf{r} - \tilde{\mathbf{r}}(\Delta))$$

❑ Données simulées

- ✓
$$\mathbf{r} = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_c) \mathbf{r}_\infty + (1/\pi) \mathbf{K}_b [B \boldsymbol{\rho}_{b,1} + (1 - B) \boldsymbol{\rho}_{b,2}] + \mathbf{n}_s$$

- ✓ 0.5 m < H < 15 m (pas de 1 m)
- ✓ Turbidité normale,
- ✓ Fond = 50% sable + 50% herbiers marins
- ✓ 1,000 spectres HICO simulés pour chaque valeur de H.

Evaluation de méthodes d'inversion

❑ Procédure

- ❑ Inversion des réflectances simulées avec LS et MILE,
- ❑ Calcul des variances d'estimation pour chaque paramètre,
- ❑ Comparaison de ces variances avec les BCRs (tous les paramètres supposés inconnus)

Evaluation de méthodes d'inversion

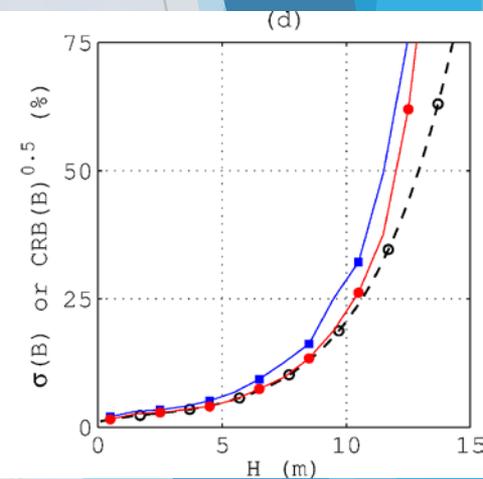
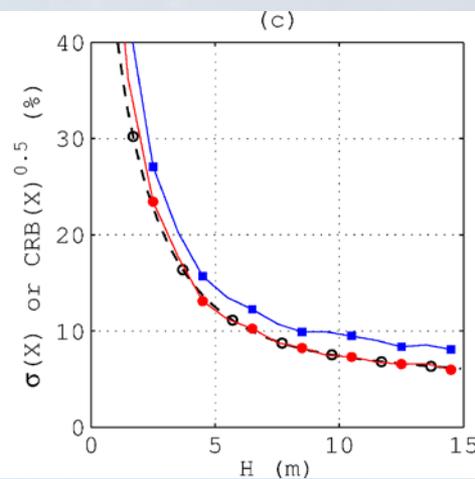
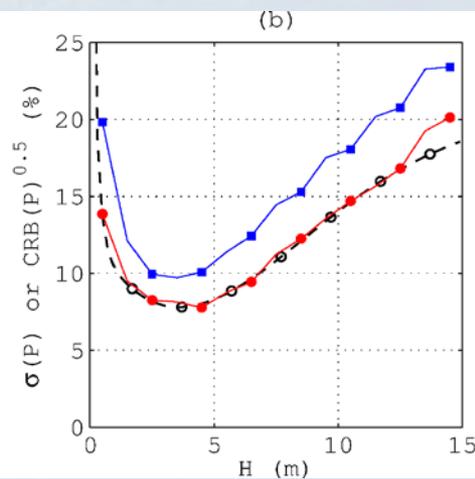
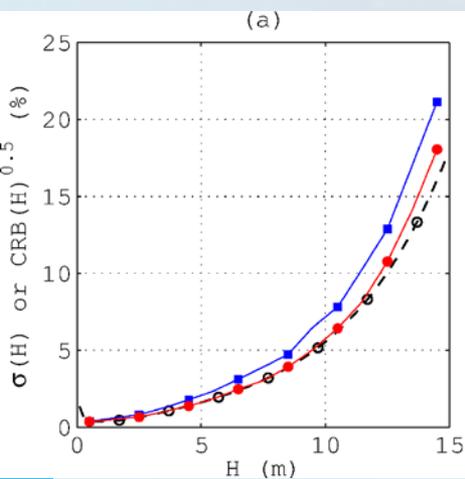
□ Eaux « optiquement » peu profondes

Profondeur

Abs. Phyto. 440 nm

Rétro-diff. Part. 550 nm

Coeff. de mélange fond



$$\text{CRB}(\Delta)^{-1} = I_F(\Delta) = \begin{matrix} & \begin{matrix} H & P & G & X & B \end{matrix} \\ \begin{matrix} H \\ P \\ G \\ X \\ B \end{matrix} & \begin{bmatrix} [I_F(\Delta)]_{1,1} & [I_F(\Delta)]_{1,2} & [I_F(\Delta)]_{1,3} & [I_F(\Delta)]_{1,4} & [I_F(\Delta)]_{1,5} \\ [I_F(\Delta)]_{2,1} & [I_F(\Delta)]_{2,2} & [I_F(\Delta)]_{2,3} & [I_F(\Delta)]_{2,4} & [I_F(\Delta)]_{2,5} \\ [I_F(\Delta)]_{3,1} & [I_F(\Delta)]_{3,2} & [I_F(\Delta)]_{3,3} & [I_F(\Delta)]_{3,4} & [I_F(\Delta)]_{3,5} \\ [I_F(\Delta)]_{4,1} & [I_F(\Delta)]_{4,2} & [I_F(\Delta)]_{4,3} & [I_F(\Delta)]_{4,4} & [I_F(\Delta)]_{4,5} \\ [I_F(\Delta)]_{5,1} & [I_F(\Delta)]_{5,2} & [I_F(\Delta)]_{5,3} & [I_F(\Delta)]_{5,4} & [I_F(\Delta)]_{5,5} \end{bmatrix} \end{matrix}$$

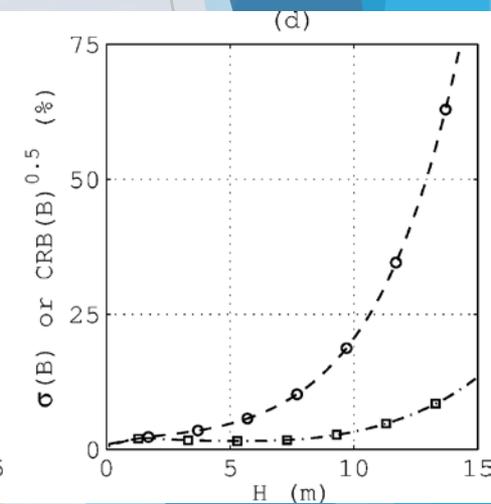
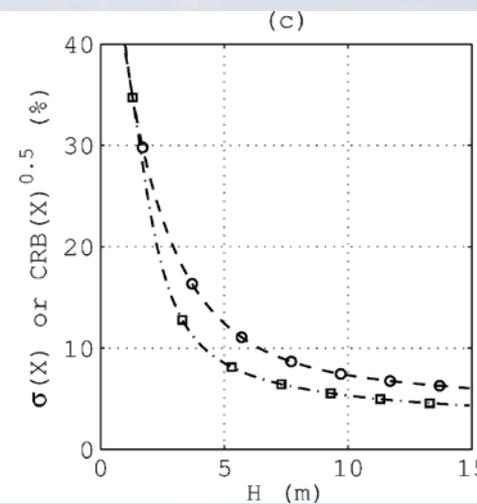
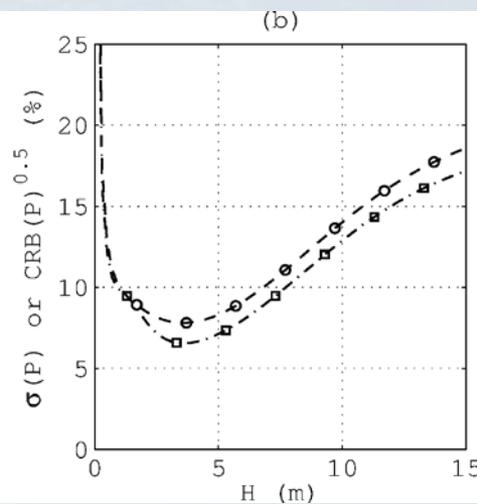
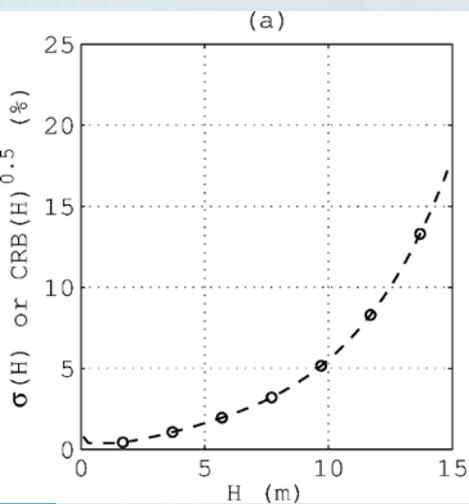
□ Eaux « optiquement » peu profondes

Profondeur

Abs. Phyto. 440 nm

Rétro-diff. Part. 550 nm

Coeff. de mélange fond



---○--- CRB^{0.5} - No prior knowledge ---■--- CRB^{0.5} - Prior knowledge on H
 ...★... CRB^{0.5} - Prior knowledge on H and B ---◇--- CRB^{0.5} - Prior knowledge on every parameter except the targeted one

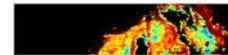
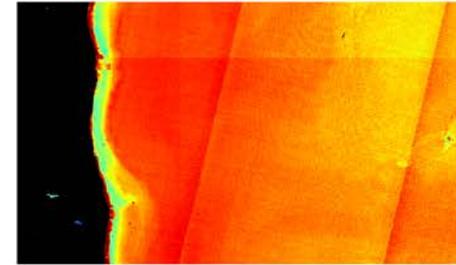
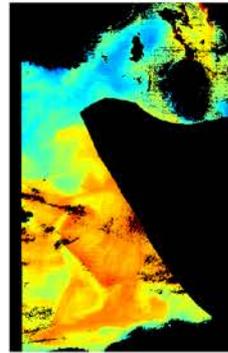
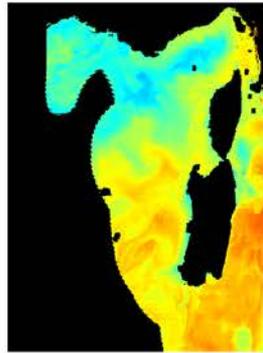
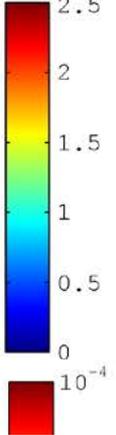
HICO

MODIS

MERIS

MSI

$\times 10^{-2}$

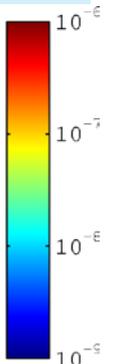
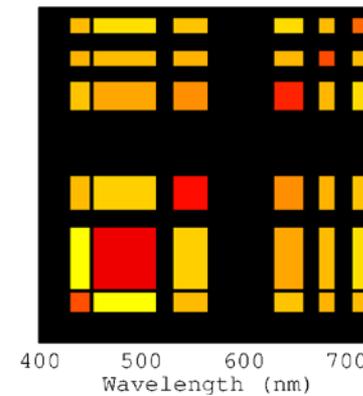
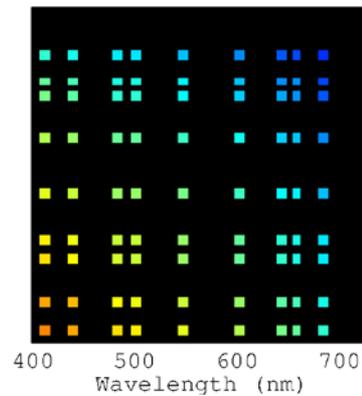
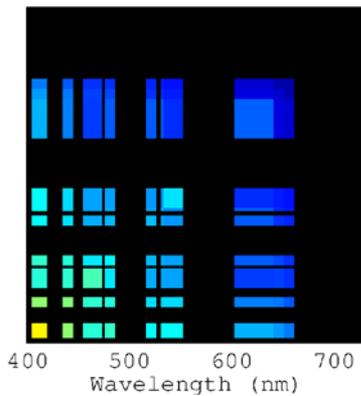
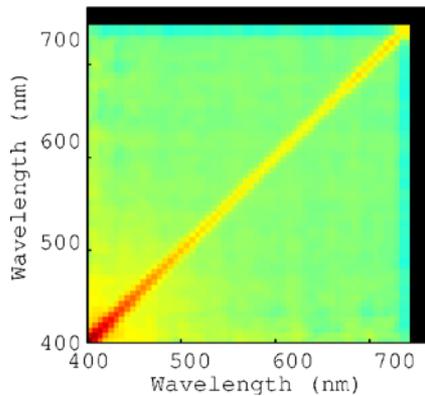


HICO

MODIS

MERIS

Sentinel-2 MSI



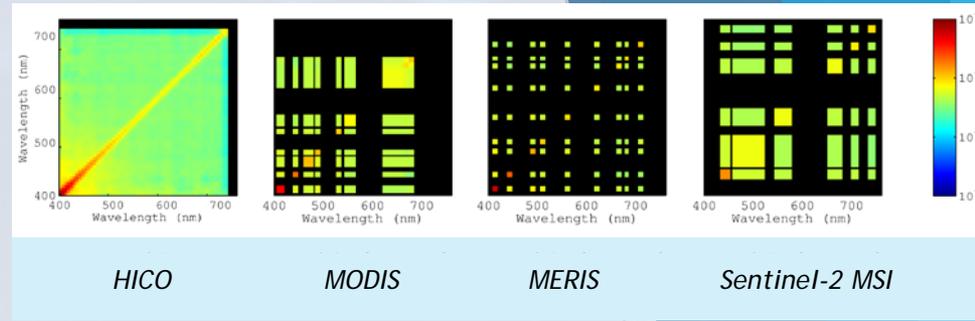
STRATEGIE #1

STRATEGIE #2

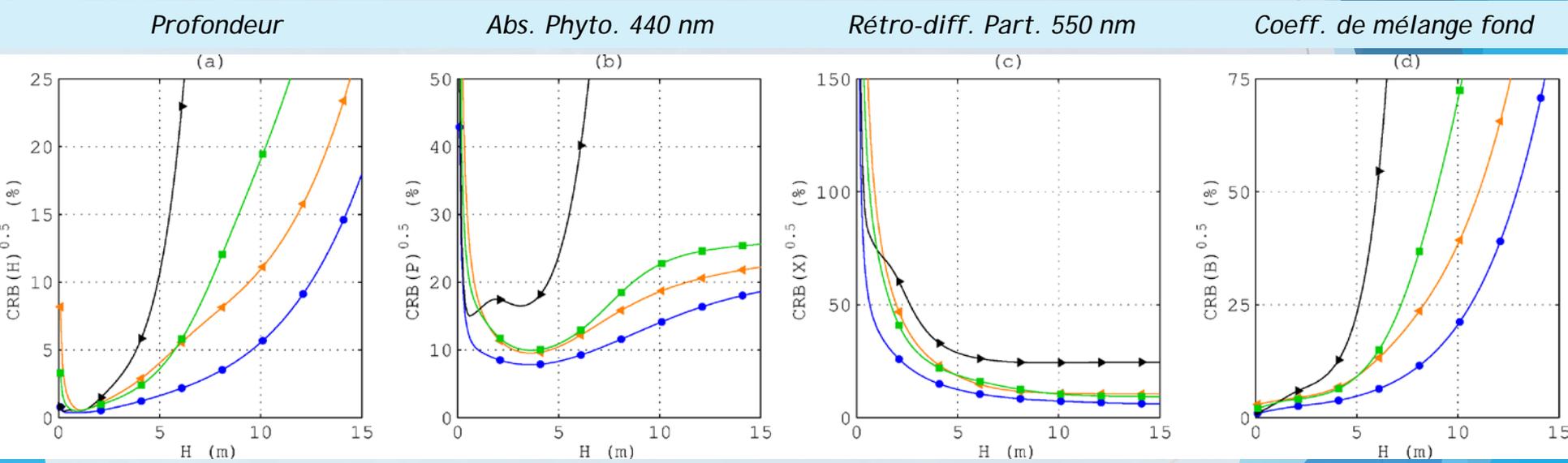
Influence du
choix des
bandes

Influence du choix
des bandes,
résolution
spatiale, etc

Comparaison de capteurs



□ Eaux « optiquement » peu profondes - Procédure #2



Conclusions

- ❑ **Les BCRs permettent d'analyser les incertitudes des produits de télédétection,**

- ❑ **Prise en compte seulement des incertitudes liées...**
 - ✓ Aux modèles (bio-optique et probabiliste),
 - ✓ Au bruit environnemental,
 - ✓ Aux spécifications radiométriques du capteur utilisé,
 - ✓ Mais pas de la méthode d'inversion !

- ❑ **Les BCRs sont basées sur des expressions analytiques**
 - ✓ Connaissance continue des incertitudes en fonction des paramètres,
 - ✓ Calcul efficace (temps de calcul) !

- ❑ **Et encore plus d'applications !!...**

Merci de votre attention !!

Pour plus d'infos :

Jay, S., Guillaume, M., Chami, M., Minghelli, A., Deville, Y., Lafrance, B., Serfaty, V. Efficient uncertainty analysis based on Cramer-Rao bounds for optical remote sensing of optically deep and shallow waters. *Submitted to Optics Express.*

Ces travaux ont été financés par la Direction Générale de l'Armement (DGA) dans le cadre du projet « HypFoM » (référence ANR-15-ASTR-0019)



Modélisation des données de réflectance

□ Le calcul des BCRs nécessite...

- ✓ Un modèle bio-optique de réflectance (*Lee et al., 1998; 1999*)
 - Eaux profondes:

$$\tilde{r}(\lambda; \Delta) = r_{\infty}(\lambda)$$

- Eaux peu profondes

$$\tilde{r}(\lambda; \Delta) = \underbrace{r_{\infty}(\lambda)(1 - e^{-(k_d(\lambda) + k_w^c(\lambda))H})}_{\text{Contribution de la colonne d'eau}} + \underbrace{(1/\pi)[B\rho_{b,1}(\lambda) + (1 - B)\rho_{b,2}(\lambda)]e^{-(k_d(\lambda) + k_w^b(\lambda))H}}_{\text{Contribution du fond}}$$

Contribution de la colonne d'eau

Contribution du fond

$\Delta =$

$$P = a_{PHY}(440)$$

$$G = a_{CDOM}(440)$$

$$X = b_{b,P}(550)$$

H

B

Paramètres à estimer lors de l'inversion
→ Calcul des BCRs associées

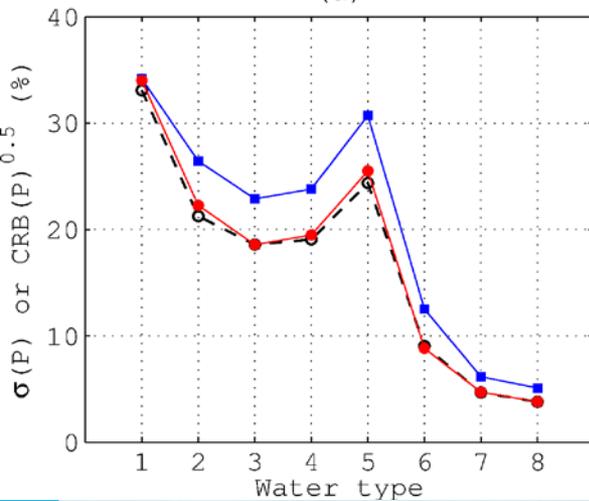
Evaluation de méthodes d'inversion

Water type	P (m^{-1})	G (m^{-1})	X (m^{-1})
1	0.002	0.008	0.002
2	0.006	0.013	0.002
3	0.015	0.020	0.002
4	0.039	0.038	0.003
5	0.094	0.081	0.004
6	0.149	0.144	0.019
7	0.136	0.103	0.029
8	0.116	0.142	0.052

□ Eaux « optiquement » profondes

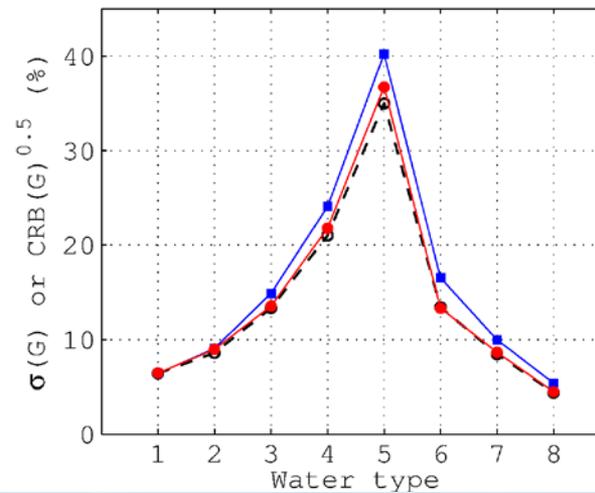
Abs. Phyto. 440 nm

(a)



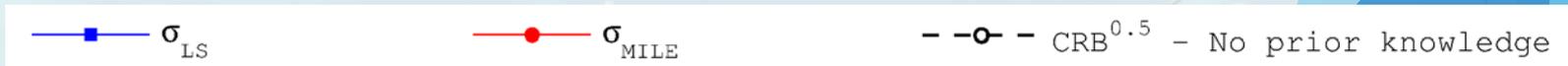
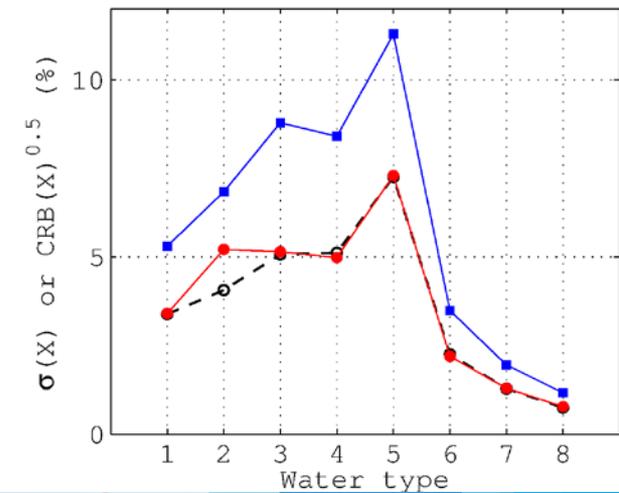
Abs. CDOM 440 nm

(b)



Rétro-diff. Part. 550 nm

(c)



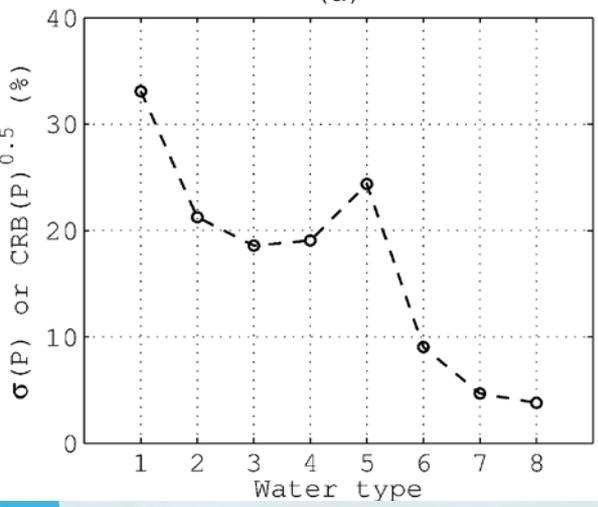
Influence d'informations a priori

Water type	P (m^{-1})	G (m^{-1})	X (m^{-1})
1	0.002	0.008	0.002
2	0.006	0.013	0.002
3	0.015	0.020	0.002
4	0.039	0.038	0.003
5	0.094	0.081	0.004
6	0.149	0.144	0.019
7	0.136	0.103	0.029
8	0.116	0.142	0.052

□ Eaux « optiquement » profondes

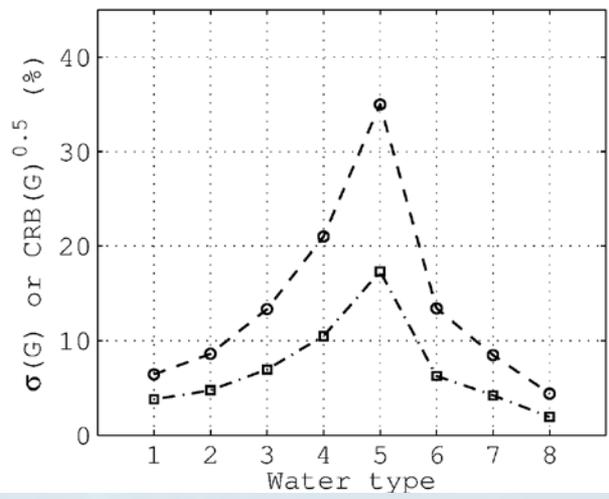
Abs. Phyto. 440 nm

(a)



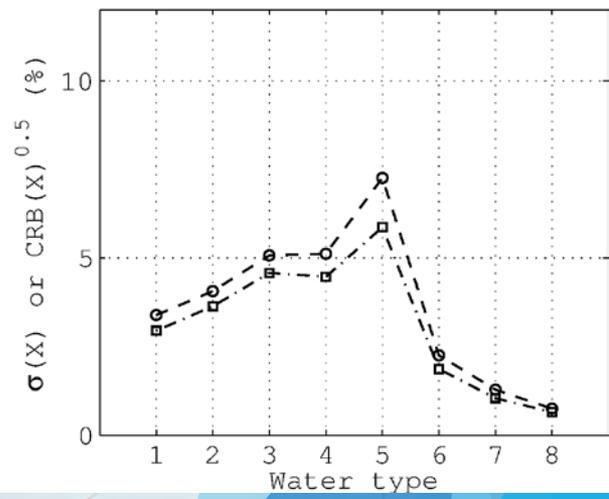
Abs. CDOM 440 nm

(b)



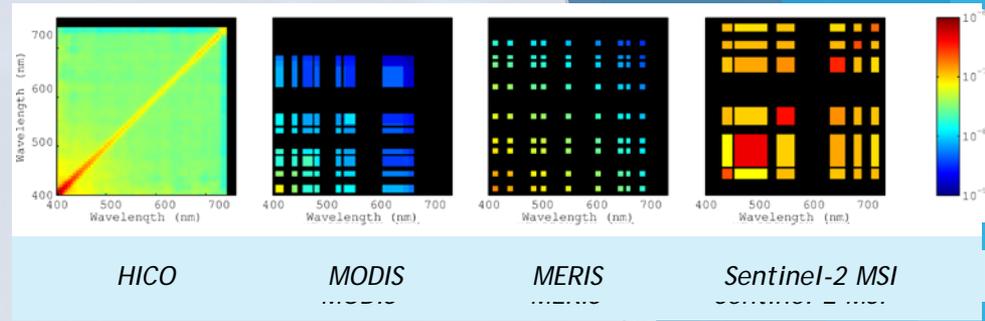
Rétro-diff. Part. 550 nm

(c)



- - - □ - - - CRB^{0.5} - Prior knowledge on P
 - - - ▴ - - - CRB^{0.5} - Prior knowledge on G
 - - - ★ - - - CRB^{0.5} - Prior knowledge on X
 - - - ◆ - - - CRB^{0.5} - Prior knowledge on every parameter except the targeted one

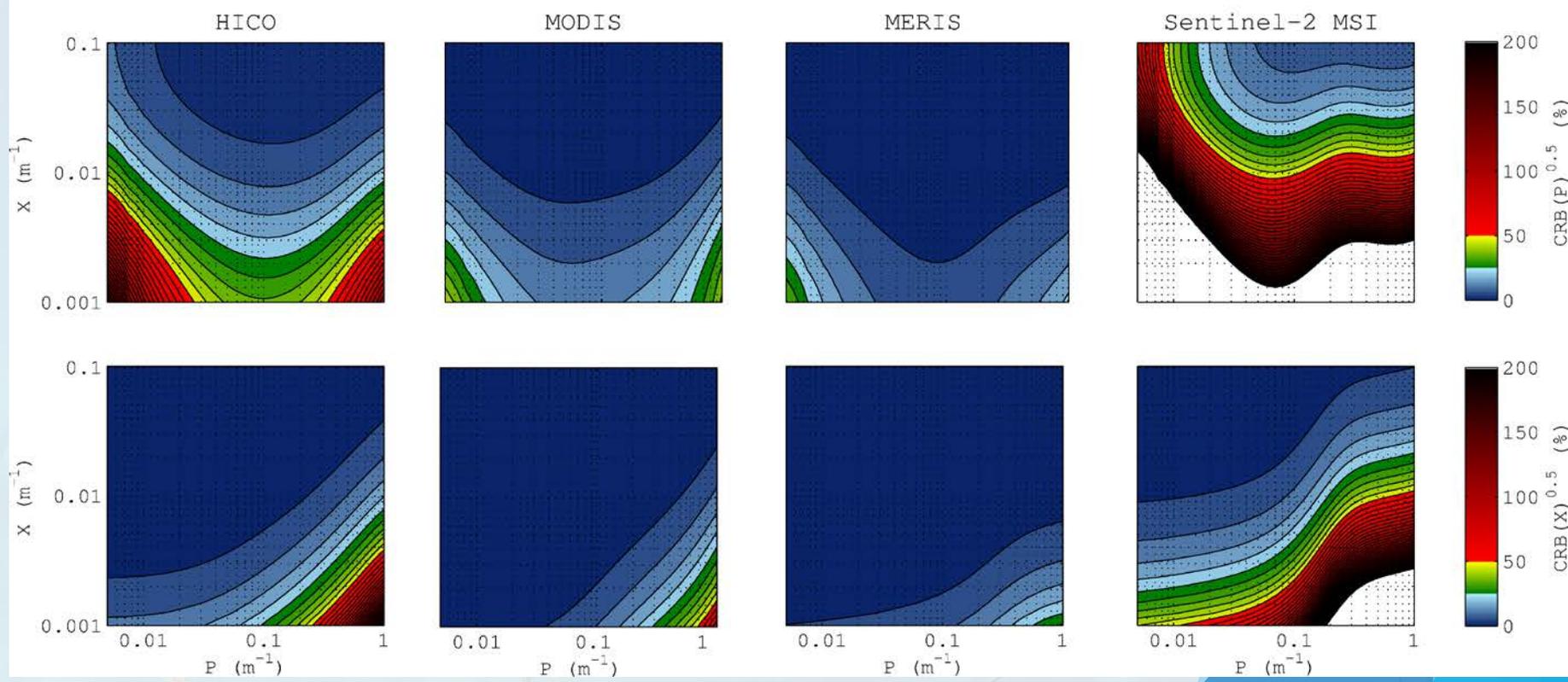
Comparaison de capteurs



□ Eaux « optiquement » profondes - Procédure #2

Abs. Phyto. 440 nm

Rétro-dif. Part. 550 nm



$$(a_{CDOM}(440) = 0.05 \text{ m}^{-1})$$