
Optimisation exacte, parcimonie et contraintes avancées pour l'analyse multi-solutions de données hyperspectrales de Mars

Nils Foix-Colonier^{*1}, Sebastien Bourguignon¹, and Frederic Schmidt²

¹École Centrale de Nantes – Nantes Université, LS2N UMR6004 – France

²Université Paris-Saclay – GEOPS UMR8148 – France

Résumé

Le démixage spectral sous contrainte de parcimonie consiste à estimer, pour un spectre de réflectance donné, un jeu d'abondances dans un dictionnaire de spectres de référence, en imposant explicitement un nombre de composantes non-nulles. C'est un problème NP-difficile. Il existe cependant des approches qui offrent la possibilité de résoudre exactement ce problème, et ce en un temps convenable. Cela demeure certes plus coûteux par rapport à une résolution approchée ou sans contrainte de parcimonie, mais au regard des puissances de calculs actuellement disponibles et de l'intérêt porté par l'obtention des solutions exactes – notamment dans un contexte de télédétection – il peut être judicieux de s'orienter vers des solutions dont la qualité est la meilleure.

La thèse intitulée "Optimisation exacte, parcimonie et contraintes avancées pour l'analyse multi-solutions de données hyperspectrales de Mars" propose d'étudier la résolution exacte d'un problème (inverse) de démixage spectral sous contrainte de parcimonie, en exploitant au mieux sa structure et ses contraintes, afin de proposer un algorithme sur-mesure permettant sa résolution exacte. Cela est permis par un jeu de reformulations mathématiques du problème, suivi d'une implémentation d'un algorithme de Branch-and-Bound, qui permet de parcourir l'espace de recherche sans pour autant résoudre un à un l'ensemble des problèmes formulés. En effet, un tel algorithme repose sur la création récursive de sous-problèmes, ou nœuds, n'impliquant qu'une partie des variables, et pour lesquels on est en mesure d'évaluer des bornes inférieures et supérieures de la fonction objectif correspondante (erreur quadratique moyenne entre la mesure et le mélange linéaire par exemple).

Ainsi, on peut éviter l'évaluation de sous-problèmes pour lesquels la borne inférieure est plus grande que la plus petite borne supérieure trouvée jusqu'alors : ils ne sont donc pas optimaux.

On dit alors qu'on élague l'arbre de recherche, ce qui diminue la taille de l'espace de recherche, et permet en général d'éviter l'explosion combinatoire inhérente à la résolution exacte de problèmes sous contrainte de parcimonie.

Dans un deuxième temps, un aspect multi-solution sera proposé, afin de conserver l'ensemble des solutions exactes parcimonieuses qui seraient compatibles avec un niveau de bruit donné.

*Intervenant

Cette information pourra ensuite être combinée avec celle des pixels voisins au travers d'une régularisation spatiale, ce qui permettra – lorsque cela sera appliqué à des données hyperspectrales de Mars – d'effectuer de la détection et de la classification de spectres, afin de produire des cartes d'abondances minéralogiques.

L'originalité principale de ce sujet, et l'intérêt pour l'application, est de proposer, via de tels algorithmes, une approche multi-solutions, afin de renvoyer l'ensemble exhaustif des solutions parcimonieuses qui sont compatibles avec un niveau de bruit ou une erreur acceptables sur le modèle. Cette information, produite en chaque pixel d'une image hyperspectrale, pourra ensuite être combinée avec celle des pixels voisins au travers d'une régularisation spatiale, ce qui permettra – en application à des données hyperspectrales de Mars – d'effectuer la détection de spectres minéralogiques en tout point et, par une étape de classification, de produire des cartes d'abondances minéralogiques.